

Tentamen Speciale Relativiteitstheorie

Vrijdag 13 maart 2009

Totaal aantal mogelijke punten: 36

**Bewerk iedere opgave op een apart vel papier en noteer
Naam en Studentnummer op ieder vel!**

1. Verschillende Tijden (9 punten)

Een ruimteschip passeert een ruimtestation op korte afstand met constante snelheid v_0 . Een waarnemer in het ruimteschip neemt enkele gebeurtenissen bij het ruimtestation waar.

De waarnemer stelt vast dat op $t = t_A$ een shuttle het ruimtestation aan de achterzijde A met $x = x_A$ verlaat. Enige tijd later, op $t = t_B$, keert de shuttle, na wat in de omgeving te hebben rondgevlogen, weer terug op het ruimtestation maar dokt aan bij de voorzijde B van het ruimtestation met $x = x_B$ en $x_B - x_A = L$. De coördinaten t_A, t_B en x_A, x_B zijn gemeten in het stelsel van de waarnemer in het ruimteschip.

Een medewerker van het ruimtestation loopt met constante snelheid v'_m , gemeten in het stelsel van het ruimtestation, van het punt A waar de shuttle is vertrokken naar het punt B waar de shuttle aankomt. De medewerker en de shuttle vertrekken tegelijk vanuit A en komen tegelijk aan bij B.

Geef van de volgende tijdverschillen aan of het coördinatentijd, eigentijd en/of ruimte-tijd betreft (motiveer uw antwoord!):

- Het tijdverschil Δt_r tussen aankomst en vertrek van de shuttle in het stelsel van de waarnemer in het ruimteschip.
Geef tevens een uitdrukking voor Δt_r in termen van de gegeven grootheden.
- Het tijdverschil $\Delta t'_s$ tussen aankomst en vertrek van de shuttle dat wordt bepaald door de medewerker van het ruimtestation door bij vertrek de ter plaatse aanwezige klok van het ruimtestation af te lezen en dat weer te doen bij de aankomst van de shuttle op de daar ter plaatse aanwezige klok van het ruimte station.
Geef tevens een uitdrukking voor $\Delta t'_s$ in termen van de gegeven grootheden.
- Het tijdverschil $\Delta t''_m$ tussen aankomst en vertrek van de shuttle dat wordt gemeten door de medewerker door op zijn horloge te kijken.
Geef tevens een uitdrukking voor $\Delta t''_m$ in termen van de gegeven grootheden.

2. Ruimte Oorlog (9 punten)

We bevinden ons in de verre toekomst waar de ruimte is opgedeeld in twee federaties: Omnium en Superium. Een Omnium ruimteschip vliegt in Omnium territorium en bevindt zich in rust ten opzichte van de grens met Superium, dat zich op een afstand van 6 minuten in de $+x$ richting bevindt. Plotseling passeert een Superium oorlogsschip het Omnium ruimteschip in de richting van de grens met een (constante) snelheid $\beta = 3/5$. Noem dit gebeurtenis A. Gebeurtenis A definieert het tijdstip $t=0$ in het referentiestelsel van zowel het Omnium ruimteschip als het Superium oorlogsschip. Volgens de klok van het Omnium ruimteschip stuurt het Superium oorlogsschip op $t_B = 5$ min een raket af die zich met de lichtsnelheid terug beweegt naar het Omnium ruimteschip. Noem dit gebeurtenis B. De raket raakt en vernietigt het Omnium ruimteschip, noem dit gebeurtenis C. Even later (volgens de radar metingen van het Omnium ruimteschip) passeert het Superium oorlogsschip de grens en komt in Superium territorium aan. We noemen dit gebeurtenis D.

- Teken een twee-waarnemer ruimtetijd diagram van de situatie. Gebruik hiervoor het bijgeleverde grafiek papier! Neem het referentie stelsel van het Omnium ruimteschip als het Thuis Stelsel en het referentie stelsel van het Superium oorlogsschip als het Ander Stelsel. Teken de wereldlijnen van het Omnium ruimteschip, de grens met de Superium federatie, het Superium oorlogsschip en de raket.
- Lees van het twee-waarnemer ruimtetijd diagram af de tijdstippen t_C en t_D van de gebeurtenissen C en D volgens de klok van het Omnium ruimteschip. Welke gebeurtenis vindt eerder plaats volgens de klok van het Omnium ruimteschip?
- Volgens een verdrag tussen de Omnium en Superium federaties is het verboden voor een Superium oorlogsschip om schade aan te brengen aan een Omnium ruimteschip als het Superium oorlogsschip zich nog in het Omnium territorium bevindt. Wanneer het tot een rechtszaak komt beweren de advocaten van het Superium oorlogsschip dat het verdrag niet overtreden is omdat volgens de klok van het Superium oorlogsschip de schade aan het Omnium ruimteschip pas is toegebracht *nadat* het Superium oorlogsschip de grens gepasseerd was en zich weer in Superium territorium bevond. Klopt dit? Beantwoord deze vraag door gebruik te maken van het twee-waarnemer ruimtetijd diagram.

3. Lorentz Contractie (9 punten)

Een ruimteschip met een rustlengte $L_R = 150$ ns vliegt met hoge snelheid een door een berg geboorde tunnel in. De rustlengte van de tunnel is 100 ns. We beschouwen het stelsel van de tunnel (T) als het thuis stelsel en het stelsel van het ruimteschip (T') als het andere stelsel. Waarnemers in het stelsel van de tunnel zien dat wanneer op het tijdstip $t_A = t_{A'} = 0$ de achterkant van het ruimteschip de tunnel ingaat (we noemen dit gebeurtenis A) de voorkant van het ruimteschip nog 10 ns van het einde van de tunnel verwijderd is.

- a) Bereken de snelheid van het ruimteschip.
- b) Teken een twee-waarnemer ruimte-tijd diagram van de situatie. Geef daarin aan de calibratie van de assen, de wereldlijnen van het begin en het einde van de tunnel en de wereldlijnen van de voor- en achter-kant van het ruimteschip. Gebruik het bijgevoegde grafiekpapier. Wat is de lengte van de tunnel in het stelsel van het ruimteschip? Hoeveel steekt het ruimteschip volgens waarnemers aan boord van het ruimteschip uit de tunnel op het moment dat de achterkant de tunnel ingaat?
- c) Leg uit met behulp van het twee-waarnemer ruimte-tijd diagram waarom het feit dat de waarnemers in de tunnel een ruimteschip zien dat korter is dan de tunnel niet tegenstrijdig is met het feit dat de waarnemers in het ruimteschip een tunnel zien die korter is dan het ruimteschip.

4. Inelastische Botsing (9 punten)

Een deeltje met een rustmassa m bevindt zich in rust ten opzichte van een waarnemer. Een ander deeltje met gelijke rustmassa m en een snelheid v in de x -richting botst met het eerste deeltje. De botsing is geheel inelastisch en er ontstaat een nieuw deeltje met rustmassa M dat met een snelheid v' van de waarnemer af beweegt.

- a) Toon aan, door gebruik te maken van de wet van behoud van vier-impuls, dat in dit botsingsproces geldt:

$$v' = \gamma v / (\gamma + 1) \quad \text{met} \quad \gamma = 1 / \sqrt{1 - v^2}$$

- b) Geef het botsing proces grafisch weer in een p - E diagram voor de waarden $m = 10$ kg en $v = 4/5$. Lees de waarden van de energie en impuls van het deeltje na de botsing af en bepaal met behulp hiervan de waarde van M
- c) Toon aan dat voor de rustmassa voor het nieuw gevormde deeltje geldt:

$$M = m \sqrt{2(\gamma + 1)}$$

Bereken M voor $m=10$ kg en $v = 4/5$ en vergelijk het antwoord met dat van b).